

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.04.01 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

Математическое образование

Квалификация выпускника

магистр

Форма обучения

Очно-заочная /заочная

Год начала подготовки - **2025**

Карачаевск, 2025

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Мамчуев А.М.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 126; Редакция с изменениями от 26.11.2020, с изменениями и дополнениями от 8 февраля 2021 г., N 82., на основании учебного плана подготовки магистров по направлению 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 28.04.2025г.

Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	5
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	7
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	9
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций	9
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания	10
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	10
7.3.1. Перечень вопросов для зачета.....	10
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций	11
7.3.3. Оценочные материалы. Темы к докладам и рефератам. Варианты контрольных работ..	11
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	13
8.1. Основная литература	13
8.2. Дополнительная литература.....	13
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	13
9.1. Общесистемные требования	13
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	14
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.....	14
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы ..	15
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	15
11. Лист регистрации изменений.....	16

1. Наименование дисциплины (модуля): Функциональный анализ

Целью изучения дисциплины является:

- теоретическое и практическое освоение обучающимися избранных глав и разделов функционального анализа;
- освоения основных методов функционального анализа, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

Для достижения цели ставятся задачи:

- формирование представлений об основных понятиях и методах функционального анализа;
- сформировать умения доказывать утверждения и теоремы функционального анализа на конкретных примерах;
- знать практические основы метрических и нормированных пространств, теории линейных операторов, линейных функционалов, элементы спектральной теории операторов, некоторых применений функционального анализа;
- знать принцип сжатых отображений с умением применять его для решения различных задач;
- освоение компетенций в области функционального анализа.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» (Б1.В.ДВ.01.01) относится к части формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе в 1 семестре.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПВО	
Индекс	Б1.В.ДВ.01.01
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Учебная дисциплина является дисциплиной по выбору и опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам: «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» в объёме вузовской программы бакалавриата и «Методология и методы научного исследования» в объёме вузовской программы магистратуры.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина «Функциональный анализ» является основой для успешного освоения дисциплин, формирующих компетенцию ПК-4, а также для прохождения определенных видов практик.	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Функциональный анализ» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения сформированности компетенций
ПК-4	Способен проводить исследования в предметной области научного знания и в сфере образования, разрабатывать инновационные механизмы	ПК-4.1. Знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования ПК-4.2. Умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов

	и инструментарий для решения научных задач	ПК-4.3. Владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста
--	--	---

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 2 ЗЕТ, 72 академических часа.

Объём дисциплины	Всего часов		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	72		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)			
Аудиторная работа (всего):		20	8
в том числе:			
лекции			
семинары, практические занятия		20	8
практикумы			
лабораторные работы			
Внеаудиторная работа:			
консультация перед экзаменом			
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.			
Самостоятельная работа обучающихся (всего)		52	60
Контроль самостоятельной работы			4
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет/экзамен)		Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Курс /семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)
-------	---------------	-------------------------	-----------------------	---

			часах)				Сам. работа
			Всего	Аудиторные уч. занятия			
			72	Лек.	Пр.	Лаб.	
	2/3	Раздел 1. Основные элементы и структуры функционального анализа	30		8		22
1.		Основные понятия функционального анализа. Метрика и норма. Их вычисление.			2		
2.		Метрические, нормированные и топологические пространства.					6
3.		Неравенства Гельдера и Минковского. Некоторые метрические пространства последовательностей. Всюду плотные множества в метрических пространствах.					4
4.		Метрические пространства. Примеры. Множества точек. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Примеры. Решение задач.			2		
5.		Полные метрические пространства. Примеры. Пополнение метрических пространств. Банаховы пространства. Примеры банаховых пространств.			2		4
6.		Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры. Евклидовы и гильбертовы пространства. Ортогональность. Ортонормальность. Примеры.					6
7.		Принцип сжимающих отображений и его обобщения. Применения их к решению уравнений, систем линейных уравнений.			2		2
		Раздел 2. Линейные операторы и линейные функционалы	32		10		22
8.		Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных и банаховых пространствах. Норма оператора. Пространство линейных операторов.					6
9.		Непрерывность и ограниченность операторов. Пространство линейных операторов. Норма оператора.			2		
10.		Сильная и равномерная сходимость линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза о сильной сходимости. Применения.					4
11.		Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы в линейных нормированных и банаховых пространствах. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала, ее приложения.					4
12.		Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Норма функционала. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.			2		
13.		Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций e^A , $\cos A$, $\sin A$ для линейных непрерывных операторов.					4
14.		Спектральный радиус. Его вычисление. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных			2		

		пространствах.					
15.		Интегральный оператор Фредгольма. Интегральные уравнения Фредгольма. Задача на собственные значения. Спектр и резольвента оператора. Спектральный радиус. Его вычисление.			2		4
16.		Решение задачи Коши в банаховом пространстве. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.			2		2
		Раздел 3. Применения методов функционального анализа в прикладных задачах	8		2		6
17.		Применения методов функционального анализа в прикладных задачах. Применения функционального анализа в теории интегральных уравнений.			2		6
		ИТОГО:	72		20		52

Заочная форма обучения

№ п/п	Курс /семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
			72	Лек.	Пр.	Лаб.	
	2/3	Раздел 1. Основные элементы и структуры функционального анализа	32		4		28
1.		Основные понятия функционального анализа. Метрика и норма. Их вычисление.					4
2.		Метрические, нормированные и топологические пространства.					6
3.		Неравенства Гельдера и Минковского. Некоторые метрические пространства последовательностей. Всюду плотные множества в метрических пространствах.					4
4.		Метрические пространства. Примеры. Множества точек. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Примеры. Решение задач.			2		
5.		Полные метрические пространства. Примеры. Пополнение метрических пространств. Банаховы пространства. Примеры банаховых пространств.					4
6.		Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры. Евклидовы и гильбертовы пространства. Ортогональность. Ортонормальность. Примеры.					6
7.		Принцип сжимающих отображений и его обобщения. Применения их к решению уравнений, систем линейных уравнений.			2		4
		Раздел 2. Линейные операторы и линейные функционалы	28		4		24
8.		Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных и банаховых пространствах. Норма оператора.					4

		Пространство линейных операторов.					
9.		Непрерывность и ограниченность операторов. Пространство линейных операторов. Норма оператора.			2		
10.		Сильная и равномерная сходимости линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза о сильной сходимости. Применения.					4
11.		Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы в линейных нормированных и банаховых пространствах. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала, ее приложения.					4
12.		Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Норма функционала. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.			2		
13.		Спектральный радиус. Его вычисление. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных пространствах.					4
14.		Интегральный оператор Фредгольма. Интегральные уравнения Фредгольма. Задача на собственные значения. Спектр и резольвента оператора. Спектральный радиус. Его вычисление.					4
15.		Решение задачи Коши в банаховом пространстве. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.					4
		Раздел 3. Применения методов функционального анализа в прикладных задачах	8				8
16.		Применения методов функционального анализа в прикладных задачах. Применения функционального анализа в теории интегральных уравнений.					8
		Контроль самостоятельной работы	4				
		ИТОГО:	72		8		60

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Практические занятия. Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55 % баллов)
ПК-4:	ПК-4.1. В полном	ПК-4.1. Знает	ПК-4.1. В целом	ПК-4.1. Знает

Способен проводить исследования в предметной области научного знания и в сфере образования, разрабатывать инновационные механизмы и инструментарий для решения научных задач	объеме знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	особенности проведения исследований в области математики и математического образования	знает особенности проведения исследований в области математики и математического образования	фрагментарно особенности проведения исследований в области математики и математического образования
	ПК-4.2. Умеет в полном объеме решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Умеет в целом решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов	ПК-4.2. Не умеет решать исследовательские задачи с учётом содержательного и организационного контекстов
	ПК-4.3. Полностью владеет навыками к созданию, анализу и реализации математических и компьютерных моделей в областях профессиональной деятельности	ПК-4.3. Владеет навыками к созданию, анализу и реализации математических и компьютерных моделей в областях профессиональной деятельности	ПК-4.3. В целом владеет способностью к созданию, анализу и реализации математических и компьютерных моделей в областях профессиональной деятельности	ПК-4.3. Не владеет способностью к созданию, анализу и реализации математических и компьютерных моделей в областях профессиональной деятельности
	ПК-4.3. В полном объеме владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. Владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. В целом владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста	ПК-4.3. Не владеет навыками разработки алгоритмов и способов достижения проектируемых уровней своего профессионального и личностного роста

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Перечень вопросов для зачета

1. Основные понятия функционального анализа. Метрика и норма. Их вычисление.
2. Метрические, нормированные и топологические пространства.
3. Норма. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры. Свойства нормированных пространств. Подпространства. Эквивалентность норм. Примеры.
4. Неравенства Гельдера и Минковского. Некоторые метрические пространства последовательностей. Всюду плотные множества в метрических пространствах.

5. Метрические пространства. Примеры. Множества точек. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Примеры.
6. Полные метрические пространства. Примеры. Банаховы пространства. Примеры.
7. Непрерывные отображения метрических пространств. Примеры.
8. Принцип сжимающих отображений и его применения. Приближенное решение уравнений. Примеры.
9. Пополнение метрических пространств. Пополнение нормированных пространств. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств. Примеры.
10. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных и банаховых пространствах. Норма оператора. Пространство линейных операторов.
11. Непрерывность и ограниченность операторов. Пространство линейных операторов. Норма оператора. Сильная и равномерная сходимость линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза о сильной сходимости. Применения
12. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы в линейных нормированных и банаховых пространствах. Теорема Хана - Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала, ее приложения.
13. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Норма функционала. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.
14. Ряды линейных операторов в банаховом пространстве. Определение функций e^A , $\cos A$, $\sin A$ для линейных непрерывных операторов.
15. Спектральный радиус. Его вычисление. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных пространствах.
16. Интегральный оператор Фредгольма. Интегральные уравнения Фредгольма. Задача на собственные значения. Спектр и резольвента оператора. Спектральный радиус. Его вычисление.
17. Решение задачи Коши в банаховом пространстве. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

7.3.3. Оценочные материалы. Темы к докладам и рефератам. Варианты контрольных работ

Раздел 1. Основные элементы и структуры функционального анализа

1. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства.
2. Метрические пространства. Метрика. Примеры.
3. Норма. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры.
4. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера.
5. Ряды в нормированных и банаховых пространствах.
6. Евклидовы пространства. Примеры. Теорема Рисса-Фишера.
7. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры пространств со скалярным произведением.
8. Банаховы пространства. Фундаментальные последовательности. Примеры. Полные метрические пространства. Примеры.
9. Пополнение метрических пространств. Пополнение нормированных пространств. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных и банаховых пространств.
10. Гильбертовы пространства. Неравенство Бесселя. Полные ортогональные системы.
11. Принцип сжимающих отображений и его применения. Приближенное решение уравнений. Метод последовательных приближений для системы линейных алгебраических уравнений.

12. Топологические пространства, основные определения. Сравнение топологий. Сепарабельные топологические пространства, основные определения.
13. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера.

Раздел 2. Линейные непрерывные операторы. Линейные непрерывные функционалы.

1. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных пространствах.
2. Линейные операторы в различных пространствах. Интегральные и дифференциальные операторы.
3. Пространство линейных операторов. Норма оператора. Теорема Банаха-Штейнхауса.
4. Сопряженные и самосопряженные операторы.
5. Теорема Банаха-Штейнхауса о сильной сходимости. Применения.
6. Линейные уравнения. Приближенные решения.
7. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.
8. Теорема Хана-Банаха. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах и в гильбертовом пространстве.
9. Теорема Рисса. Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Норма функционала.
10. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных пространствах. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
11. Интегральный оператор Фредгольма. Задача на собственные значения.
12. Спектр и резольвента оператора. Спектральный радиус.

Раздел 3. Применения методов функционального анализа в прикладных задачах

1. Интегральные уравнения Фредгольма. Линейные уравнения 2-го рода.

Варианты контрольной работы.

Контрольная работа №1

Вариант № 0

1. Выполняются ли аксиомы метрики в R^3 для функции $\rho(x, y) = \max_{1 \leq k \leq 3} k^3 |x_k - y_k|^{1/4}$.
2. Найти расстояние между функциями $f_1(x) = x^2$ и $f_2(x) = 2x + 3$, в метриках пространств: $C[0; 3,5]$ и $C_1[0; 3,5]$.
3. Проверить, что функция $f(x) = 4x - 4x^2$, отображает промежуток $[0; 1]$ в себя. Является ли это отображение сжимающим?
4. Проверить сходится ли последовательность функций $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$, к функции $f(x) = 0$ в пространстве $C_1[0; 1]$.

Контрольная работа №2

Вариант № 0

1. Проверить задают ли норму на числовой прямой функции: а) \sqrt{x} ; б) x^2 .
2. Доказать, что предгильбертово пространство является линейным нормированным пространством с нормой: $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$.
3. Показать, что функционал $\delta(f) = f(x_0)$, $x_0 \in [a, b]$ – линейный функционал в $C[a; b]$ и найти его норму.

4. В пространстве $C[a; b]$ задан оператор $F(y) = xy(x)$, принимающий значения в том же пространстве. Доказать, что этот оператор линейный, и найти его норму.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература

1. Борисов, В. Г. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Г. Борисов. — Кемерово : КемГУ, 2023 — Часть 1 : Функциональные пространства — 2023. — 104 с. — ISBN 978-5-8353-3002-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/392162> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Борисов, В. Г. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Г. Борисов. — Кемерово : КемГУ, 2023 — Часть 2 : Линейные операторы — 2023. — 90 с. — ISBN 978-5-8353-3003-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/392165> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учеб. пособие / Т. А. Леонтьева, А. В. Домрина — М.: ИНФРА-М, 2018. — 164 с. — (Высшее образование: Магистратура). - ISBN 978-5-16-006429-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/917972> - Режим доступа: по подписке.

4. Нелюхин, С. А. Элементы функционального анализа: линейные операторы, уравнения в банаховых пространствах : учебное пособие / С. А. Нелюхин, А. И. Сюсюкалов, Е. А. Сюсюкалова. — Рязань : РГРТУ, 2019. — 84 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168260> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

8.2. Дополнительная литература

1. Кириллов, К. А. Функциональный анализ : учебное пособие / К. А. Кириллов, С. В. Кириллова, А. А. Кытманов. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2022. - 86 с. - ISBN 978-5-7638-4668-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2091397> - Режим доступа: по подписке.

2. Ревина, С. В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учеб. пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2009. - 120 с. ISBN 978-5-9275-0683-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/556115> - Режим доступа: по подписке.

3. Сухинов, А. И. Лекции по функциональному анализу: учебное пособие / А.И. Сухинов, И.П. Фирсов. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 189 с. ISBN 978-5-9275-0671-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/549858> - Режим доступа: по подписке.

4. Мамчурев А.М. Элементы функционального анализа. Методическое пособие. КЧГУ, 2019.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: https://znanium.com	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

– Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения	Дата введения изменений